

# ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УДК 332.012.2+332.1

**Л.А. Серков***Институт экономики Уральского отделения РАН,  
г. Екатеринбург, Россия*

## МУЛЬТИСЕКТОРНАЯ СУБЪЕКТНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАК ИНСТРУМЕНТ АНАЛИЗА РЕГИОНАЛЬНОЙ ПОЛИТИКИ<sup>2</sup>

**Аннотация.** Использование инструментария региональных динамических моделей для анализа экономики субъектов Российской Федерации, в частности для исследования региональных деловых циклов, является в настоящее время актуальной задачей. В качестве подобного инструментария в статье предлагается использовать динамическую стохастическую модель общего равновесия. С помощью этой модели анализируется и интерпретируется взаимосвязь между основными региональными переменными (совокупное потребление, объем выпуска в исследуемых секторах, реальная заработная плата, уровень инфляции). Особенностью предлагаемой модели является отражение ею структуры реального сектора экономики Свердловской области. Применение функций импульсного отклика и декомпозиции вариаций региональных переменных показывает влияние шоков спроса и предложения, в том числе во временной ретроспективе на объемы выпуска в различных секторах региональной экономики (сектор обрабатывающей промышленности, сектор неторгуемых товаров и сектор добычи полезных ископаемых). Параметризация модели осуществлялась на эмпирических данных экономики Свердловской области. При разработке модели использовались математические и статистические методы и применялся подход общего равновесия. В модели рассматриваются домашние хозяйства, фирмы трех секторов реального сектора экономики, региональное и федеральное правительство и Центробанк. Из анализа результатов временной декомпозиции вариаций рассмотренных эндогенных переменных и функций импульсного отклика сделан вывод о том, что циклические процессы в региональной экономике Свердловской области в исследуемом периоде в большей мере обусловлены факторами предложения, а не спроса. Результаты публикации могут использоваться для анализа приоритетов региональной промышленной политики, для снижения вероятности возникновения кризисных явлений в региональной экономике.

**Ключевые слова:** регион; динамическая стохастическая модель; фактор Байеса; шоки спроса; шоки предложения; функции импульсного отклика; историческая декомпозиция вариаций эндогенных переменных.

### 1. Актуальность темы исследования и анализ современного состояния исследований в данной области

Необходимость устойчивого пространственного развития регионов предопределяет разработку методического инструментария анализа региональной политики. Поэтому важной задачей является разработка динамической модели субъекта Федерации, являющейся подобным инструментарием. В качестве такой

модели в статье предлагается использовать динамическую стохастическую модель общего равновесия (DSGE-модель).

DSGE-модели являются мощным инструментом для разработки монетарной и фискальной политики. С помощью этих моделей можно анализировать структурные изменения в экономике и причинно-следственные связи между переменными. Также посредством этих моделей можно прогнозировать

процессы регионального развития и устойчивости региональной политики, а также разрабатывать рекомендации по проведению антициклической региональной политики. Поэтому данный инструментарий используется при исследовании национальных экономик во многих странах [1–3].

Подавляющее большинство работ с использованием DSGE-моделей посвящено исследованию макроэкономической политики национальных экономик. Например, в статьях [4, 5] анализируется посредством DSGE-моделей макроэкономика РФ. Имеется лишь считанное число работ, в которых рассматривается регион, и, соответственно, анализируется региональная политика [6–8]. Но в перечисленных публикациях рассматривается лишь взаимодействие регионов с центром и не рассматривается взаимодействие регионов между собой. Рассмотрена компактная DSGE-модель региональной экономики, лишенная этих недостатков [8]. Но эта модель не может считаться полноправной региональной моделью, так как она не отражает особенности структуры реального сектора экономики.

Отсутствие научного интереса к анализу региональных моделей в докризисный период (2008 г.) вызвано тем, что исследователей DSGE-моделей интересовал в этот период только анализ монетарной политики. Многие исследователи считали фискальную политику недостаточно пригодным инструментом противодействия

шокам. В посткризисный период эта точка зрения была изменена и, соответственно, появился интерес к анализу фискальной политики.

Таким образом, использование динамических субъектных моделей в качестве инструмента анализа региональной политики является актуальной задачей, а получаемые при этом результаты оригинальными.

Одной из недостаточно изученных проблем регионального развития является объяснение причинно следственных связей между секторальными внутрорегиональными макроэкономическими переменными (показателями) и между макроэкономическими переменными региона и центра. Поэтому цель предлагаемой публикации заключается в исследовании и интерпретации влияния внешних (со стороны центра и других регионов) и внутренних структурных шоков спроса и предложения на поведение ключевых секторальных региональных макропеременных. Решение данной задачи осуществляется на основе региональной мультисекторной DSGE-модели, параметры которой оцениваются байесовским методом на статистических данных экономики Свердловской области.

## **2. Методология исследования и описание модели**

В предлагаемой публикации представлена мультисекторная региональная DSGE-модель, отражающая структуру реального сектора экономики Свердловской области. Составной частью модели являются домашние хозяйства, фирмы, региональное и федеральное правительство, Центробанк. В модели рассматриваются следующие типы фирм (рис. 1).

1. Производители сырьевого сектора экономики (сектор добычи полезных ископаемых) (далее – сектор X).

<sup>1</sup> Серков Леонид Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник лаборатории моделирования пространственного развития территорий Института экономики Уральского отделения РАН, г. Екатеринбург, Россия (620014, г. Екатеринбург, ул. Московская, 29); e-mail: dsge2012@mail.ru.

<sup>2</sup> Статья подготовлена в соответствии с Планом НИР ИЭ УрО РАН на 2019–2021 гг.

2. Производители торгуемых товаров (обрабатывающий сектор) (далее – сектор  $M$ ).
3. Производители неторгуемых товаров и услуг (далее – сектор  $N$ ).

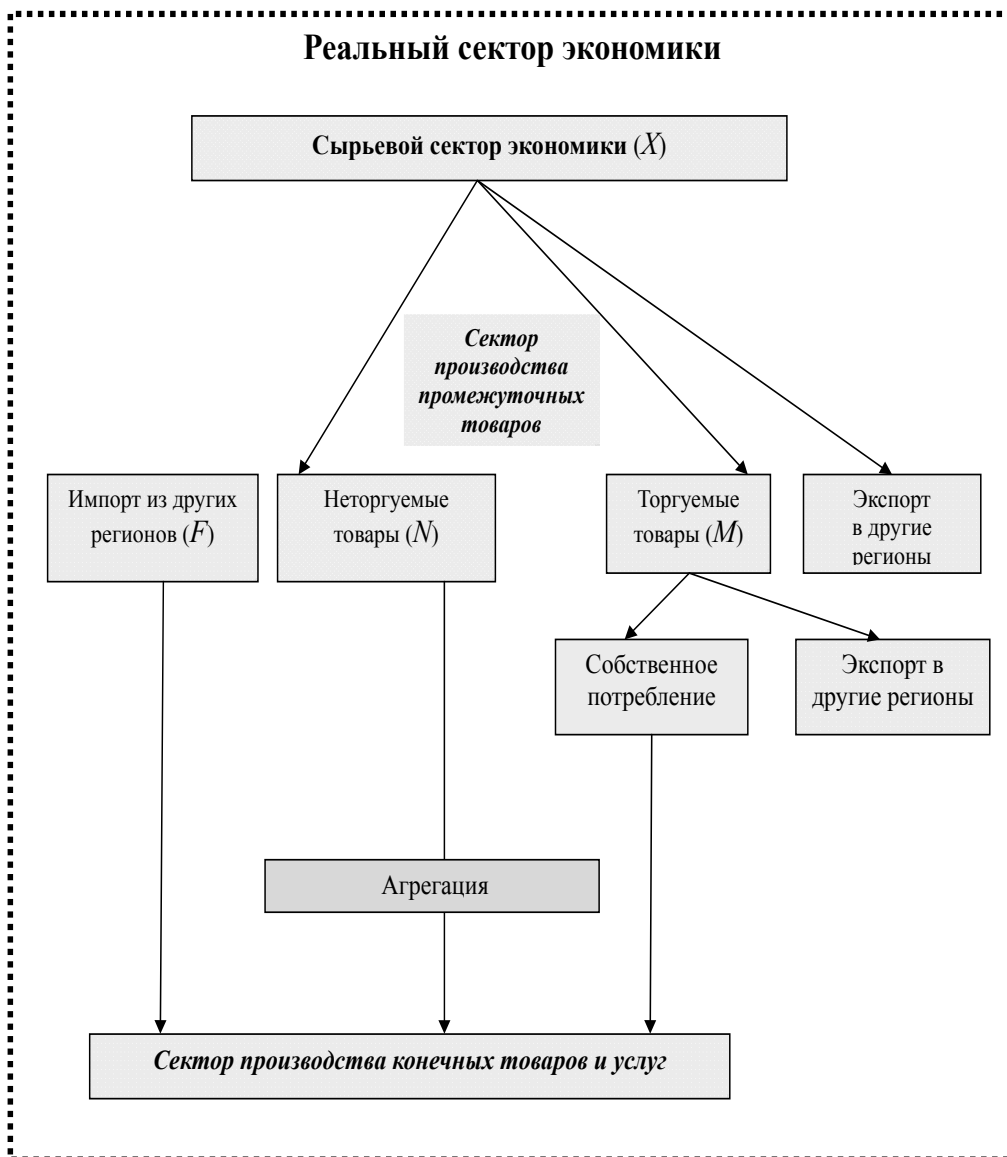


Рис. 1. Структура реального сектора экономики мультисекторной региональной DSGE-модели

4. Импортёры (ввоз товаров из других регионов) (далее – сектор  $F$ ).
5. Производители конечных товаров и услуг.

Отметим, что наличие вышеописанных секторов экономики в полной мере отражает структуру реального сектора экономики Свердловской области. В качестве базовой схемы описания этого реального сектора экономики используется описание мультисекторной модели в работе [9]. Параметризация модели осуществлялась на эмпирических данных экономики Свердловской области. Модель экономики Свердловской области ввиду малой доли валового регионального продукта по сравнению с ВВП РФ (примерно 2,4 %) может рассматриваться как модель малой открытой экономики. Рассматриваемый регион (в дальнейшем – домашний регион) обменивается ресурсами с оставшейся частью РФ, с Правительством и Центробанком РФ. Взаимодействие регионов с остальным миром, и, соответственно, перенос обменного курса в модели не учитывается, так как, по мнению автора, подобная детализация не влияет на основные результаты работы.

При исследовании применяется подход общего равновесия. В рамках этого подхода экономические агенты оптимизируют свою целевую функцию при определенных ограничениях. Домохозяйства в течение жизненного цикла оптимизируют свои траектории потребления и часы досуга. Фирмы оптимизируют ожидаемый поток прибыли при заданном технологическом ограничении.

Достоинством модели является то, что каждое ее уравнение является структурным поведенческим правилом, получаемым из микроэкономических обоснований. Исследуемая мультисекторная модель является DSGE-моделью с рациональными ожиданиями экономических агентов [10–12].

Модель имеет неокейнсианские особенности, такие как жесткие цены и жесткая заработная плата. В модели отражен факт дифференцированности цен и инфляций в домашнем регионе и в оставшейся части РФ. Предлагаемая модель разработана в соответствии с общими правилами построения DSGE-моделей<sup>3</sup> [13–16].

## 2.1. Домашние хозяйства

Континуальное множество репрезентативных домохозяйств с индексом  $h \in [0, 1]$  получает полезность от потребления конечного продукта и досуга. Предполагается существование домашних хозяйств двух типов. Первый тип домохозяйств – домохозяйства рикардianского типа, обладают финансовыми активами. Эти домохозяйства сглаживают свое межвременное потребление и их доля составляет  $1 - \lambda$ . Домохозяйства второго типа (нерикардianские домохозяйства) не обладают финансовыми активами, и их доля составляет  $\lambda$ . Получаемый ими трудовой доход в течение каждого периода жизненного цикла они полностью расходуют на потребление.

Репрезентативные рикардianские домохозяйства в каждом периоде времени  $t$  максимизируют с учетом дисконтирования ожидаемую сумму значений функции полезности и функции, затраченного на труд времени (функции досуга):

$$\max E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [U(C_{h,t}^R) - V(N_{h,t}^R)] \right\}, \quad (1)$$

где  $E_0$  – оператор рациональных ожиданий (математическое ожидание переменной при условии доступной в периоде  $t = 0$  информации),  $\beta$  – коэффициент

<sup>3</sup> К сожалению, ввиду ограниченного формата публикации детальное описание всех уравнений модели невозможно. Интересующие читателей подробности могут быть высланы по первому запросу.

дисконтирования  $0 < \beta < 1$ ,  $N_{h,t}^R$  – количество отработанных часов,  $C_{h,t}^R$  – объем потребления композитного продукта, составленного из продукта, который производится в домашнем регионе, и продукта, импортируемого из остальных регионов.

Домохозяйства, являющиеся держателями активов, решают задачу оптимизации (1) при динамическом бюджетном ограничении

$$(1 + \tau_{c,t})C_{h,t}^R + I_{i,h,t}^R + \frac{B_{h,t}}{(1 + r_t)P_t} + \frac{B_{h,t}^c}{(1 + r_t^c)P_t\Phi(A_t)} = \frac{B_{h,t-1}}{P_t} + \frac{B_{h,t-1}^c}{P_t} + \sum_{i=X,M,N} \left( \frac{(1 - \tau_{h,t})W_{i,h,t}}{P_t} N_{i,h,t}^R + (1 - \tau_{k,t})r_{i,t}^k K_{i,h,t}^R \right) + (1 - \tau_{p,t})Pr_{h,t}^R, \quad (2)$$

где  $B_{h,t}$ ,  $B_{h,t}^c$  – однопериодные долговые региональные и федеральные обязательства (в номинальном выражении);  $r_t$  и  $r_t^c$  – процентные ставки по этим обязательствам в номинальном выражении;  $r_{i,t}^k$  – стоимость капитала в  $i$ -м секторе экономики ( $i = X, M, N$ );  $W_{i,h,t}$  – стоимость одного часа трудовых ресурсов в номинальном выражении в  $i$ -м секторе;  $I_{h,t}^R$  – реальный объем инвестиций ( $I_{h,t}^R = I_{X,h,t}^R + I_{M,h,t}^R + I_{N,h,t}^R$ );  $P_t$  – индекс уровня цен в регионе (индекс потребительских цен);  $Pr_{h,t}$  – реальная прибыль фирм ( $Pr_{h,t}^R = Pr_{X,h,t}^R + Pr_{M,h,t}^R + Pr_{N,h,t}^R$ );

$\tau_{c,t}$ ,  $\tau_{h,t}$ ,  $\tau_{k,t}$ ,  $\tau_{p,t}$  – эффективные ставки<sup>4</sup> искажающих налогов: налога на добавленную стоимость (косвенного налога на потребителя), налога с дохода физических лиц, налога на капитал (налог на имущество и налоги от продажи акций) и налога с прибыли соответственно.

В бюджетном ограничении (2) функция  $\Phi(A_t)$  характеризует премию за риск владения федеральными ценными бумагами

$$[1-3], \text{ где } A_t = \frac{B_{h,t}^c}{P_t}.$$

Накопление капитала рикардианскими домохозяйствами, владеющими финансовыми активами, в каждом  $i$ -м секторе происходит с учетом издержек по трансформации инвестиций в капитал, то есть издержками на введение нового капитала. Уравнение накопления капитала имеет вид

$$K_{i,h,t+1}^R = (1 - \delta)K_{i,h,t}^R + f\left(\frac{I_{i,t}^R}{K_{i,h,t}^R}\right)K_{i,h,t}^R, \quad (3)$$

где  $\delta$  – норма амортизации. Предполагается, что функция трансформации  $f' > 0$ ,  $f'' \leq 0$ ,  $f'(\delta) = 1$ ,  $f(\delta) = \delta$ .

Задача оптимизации решается путем применения условий первого порядка к функции Лагранжа, составленной из целевой функции (1) и ограничений (2) и (3)<sup>5</sup>.

Нерикардианские домохозяйства потребляют весь свой получаемый в текущем периоде доход  $C_{h,t}^N$ . Бюджетное ограничение для этого типа домохозяйств имеет вид

$$(1 + \tau_{c,t})C_{h,t}^N = \sum_{i=X,M,N} \left( \frac{(1 - \tau_{h,t})W_{i,h,t}}{P_t} N_{i,h,t}^N \right). \quad (4)$$

Функция полезности для домашних хозяйств, имеющих активы,

$U(C_{h,t}^R) \equiv (C_{h,t}^R)^{1-\sigma} / (1-\sigma)$ , а функция досуга –  $V(N_{h,t}^R) \equiv (N_{h,t}^R)^{1+\varphi} / (1+\varphi)$ , где  $\sigma$  – параметр, обратный эластичности межвременного замещения,  $\varphi$  – параметр, обратный эластичности предложения труда. Предполагается, что уровень рабочих часов одинаков у обеих групп домохозяйств:  $N_{h,t}^R = N_{h,t}^N = N_{h,t}$ .

<sup>4</sup> Ставки, по которым реально собираются налоги. Именно они важны с экономической точки зрения.

<sup>5</sup> Учитывая ограниченный формат публикации вид функции Лагранжа не приводится.

Кроме того, домашние хозяйства являются монополистами на рынке предложения трудовых услуг и определяют желаемый уровень заработной платы. Предполагая жесткость заработной платы по типу Calvo [17] каждому домохозяйству разрешено на начало периода  $t$  с вероятностью  $(1 - \phi_i^W)$  изменять желаемый уровень заработной платы  $\tilde{W}_{i,h,t}$  ( $i = X, M, N$ ). В случае отсутствия такой возможности новый уровень заработной платы индексируется с учетом региональной инфляции с вероятностью  $\phi_i^W$ . Для определения  $\tilde{W}_{i,h,t}$  для каждого сектора  $i = X, M, N$  домохозяйство решает следующую задачу максимизации для части функции Лагранжа, связанной с количеством отработанных часов  $N_{i,h,t+l}$ :

$$\max_{\tilde{W}_{i,h,t+l}} E_0 \left[ \sum_{l=0}^{\infty} (\beta \varphi_i^W)^l \left( V(N_{i,h,t+l}) + \lambda_{t+l} \pi^l (1 - \tau_{h,t}) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \tilde{W}_{i,h,t+l} N_{i,h,t+l} / P_{t+l} \right) \right], \quad (5)$$

по отношению к  $N_{i,h,t+l} = \left( \frac{\pi^l \tilde{W}_{i,h,t}}{W_{i,t+l}} \right)^{-v_w} N_{i,t+l}$ , где  $\lambda_{t+l}$  – множитель Лагранжа,  $\pi$  – стационарный уровень инфляции в регионе,  $v_w$  – эластичность замещения между различными типами трудовых ресурсов.

Выражение для  $N_{i,h,t+l}$  получается из максимизации прибыли

$$\max_{N_{i,h,t+l}} \left( W_{i,t+l} N_{i,t+l} - \int_0^1 \pi^l \tilde{W}_{i,h,t} N_{i,h,t+l} di \right) \quad \text{при}$$

условии, что агрегированное количество часов в каждом секторе является CES-

агрегатором  $N_{i,t+l} = \left( \int_0^1 N_{i,h,t+l}^{(v_w-1)/v_w} \right)^{v_w/(v_w-1)}$ .

Агрегированное совокупное потребление обоих типов домохозяйств –

$C_t = (1 - \lambda) C_{h,t}^R + \lambda C_{h,t}^N$ , капитал –  $K_{i,t} = (1 - \lambda) K_{i,h,t}^R$ , инвестиции –  $I_{i,t} = (1 - \lambda) I_{i,h,t}^R$ ,  $\text{Пр}_{i,t} = (1 - \lambda) \text{Пр}_{i,h,t}^R$ , количество отработанных часов –  $N_{i,t} = (1 - \lambda) N_{i,h,t}^R + \lambda N_{i,h,t}^N$ . При

этом совокупное количество отработанных часов отдельного домохозяйства определяется через стандартную CES-функцию<sup>6</sup>

$$N_{h,t} = (N_{X,h,t}^{(1+\xi)/\xi} + N_{M,h,t}^{(1+\xi)/\xi} + N_{N,h,t}^{(1+\xi)/\xi})^{\xi/(1+\xi)},$$

где параметр предпочтения  $\xi > 0$ .

## 2.2. Сырьевой сектор экономики

Производство в этом секторе моделируется с учетом важности использования природных ресурсов в экономике Свердловской области. Этот сектор представлен репрезентативной фирмой, использующей агрегированный (в объеме сектора) капитал  $K_{X,t}$ , труд  $N_{X,t}$  и природные ресурсы  $L_t$ . Агрегированный объем выпуска продукции в сырьевом секторе описывается функцией

$$Y_{X,t} = (K_{X,t})^{\alpha_X} (N_{X,t})^{\gamma_X} (L_t)^{\eta_X}, \quad (6)$$

где  $\alpha_X, \gamma_X, \eta_X$  – доли соответствующих факторов производства в сырьевом секторе в сумме равные единице. Изменение количества доступных природных ресурсов  $L_t$  подчиняется авторегрессионному AR(1) уравнению

$$\text{Log}(L_t) = \rho_L \text{Log}(L_{t-1}) + \varepsilon_{L,t}, \quad (7)$$

где  $\rho_L$  – авторегрессионный коэффициент ( $\rho_L \in (0, 1)$ ),  $\varepsilon_{L,t} \sim N(0, \sigma_L^2)$  – положительный нормально распределенный шок с нулевым средним и стандартным отклонением  $\sigma_L$ , означающий, в частности, открытие новых месторождений.

Предполагается, что продукт сырьевого сектора экономики распределяется между потреблением в секторах торгуемых и неторгуемых товаров домашнего региона и экспортом в другие регионы (см. рис. 1).

Номинальная цена  $P_{X,t}^*$  продуктов сырьевого сектора определяется экзогенно на мировом биржевом рынке, деноминируется в отечественной валюте



и изменяется в соответствии с AR(1) уравнением

$$\text{Log}(P_{X,t}^*) = \rho_{P,X} \text{Log}(P_{X,t-1}^*) + \varepsilon_t. \quad (8)$$

Производители сырьевого продукта решают задачу условной оптимизации путем максимизации целевой функции при заданных значениях  $P_{X,t}^*, r_{X,t}^k, W_{X,t}, L_t$

$$\max_{K_{X,t}, N_{X,t}, L_t} (P_{X,t}^* Y_{X,t} - r_{X,t}^k K_{X,t} - W_{X,t} N_{X,t} - P_{L,t} L_t) / P_t. \quad (9)$$

по отношению к объему выпуска (6). Отметим, что задача оптимизации (9) является статической, так как на рынке сырьевых товаров отсутствуют номинальные и реальные «жесткости». Из условий первого порядка определяются значения переменных

$$r_{X,t}^k = \alpha_X s_t P_{X,t}^* Y_{X,t} / K_{X,t}, \quad (10)$$

$$W_{X,t} = \gamma_X s_t P_{X,t}^* Y_{X,t} / N_{X,t}, \quad (11)$$

$$P_{L,t} = \eta_X s_t P_{X,t}^* Y_{X,t} / L_t. \quad (12)$$

В выражениях (8) – (11)  $p_{L,t} = P_{L,t} / P_t$ ,

$p_{X,t}^* = P_{X,t}^* / P_t^*$  – реальные цены фактора природных ресурсов и сырьевых товаров, соответственно,  $s_t = P_t^* / P_t$  – аналог реального обменного курса между торгующими регионами. Наличие этой переменной необходимо для моделирования функций спроса на экспортную продукцию домашнего региона. Значение переменной –  $s_t = s_{t-1} + \pi_t^c - \pi_t$ , то есть изменение этой переменной равно разности уровня инфляций на потребительском рынке между торгующими регионами в текущий момент времени.

### 2.3. Сектор торгуемых товаров

Этот сектор представлен континуальным множеством репрезентативных фирм (фирмам присваивается индекс  $j \in [0,1]$ ). Фирмы этого сектора действуют в условиях несовершенной конкуренции. Объем выпуска

продукции в этом секторе описывается функцией

$$Y_{M,j,t} = A_{M,t} (K_{M,j,t})^{\alpha_M} (N_{M,j,t})^{\gamma_M} (Y_{X,j,t})^{\eta_M}, \quad (\alpha_M + \gamma_M + \eta_M = 1), \quad (13)$$

где  $A_{M,t}$  является технологическим шоком и подчиняется уравнению

$$\text{Log}(A_{M,t}) = \rho_{A_M} \text{Log}(A_{M,t-1}) + \varepsilon_{M,t}^A. \quad (14)$$

Продукция фирм сектора торгуемых товаров распределяется между внутренним потреблением и экспортом в другие регионы,  $Y_{M,j,t} = Y_{M,j,t}^d + Y_{M,j,t}^{ex}$ . Предполагая соблюдение закона единой цены (на уровне регионов)<sup>7</sup> функция спроса на экспортную

продукцию  $Y_{M,j,t}^{ex} = \left( \frac{P_{M,j,t}}{P_t^*} \right)^{-\nu^*} Y_t^*$ , где

$\nu^*$  – эластичность замещения между импортируемыми из домашнего региона товарами и товарами, производимыми в остальных регионах,  $Y_t^*$  – экзогенно заданный суммарный объем выпуска продукции в других регионах (ВВП России),  $P_t^*$  – индекс потребительских цен России<sup>8</sup>. При моделировании экспорта предполагается, что фирмы-экспортеры приобретают однородный продукт, произведенный в домашнем регионе, разбивают его на множество брендов, которые поставляются в сторонние регионы. При этом неявно полагается, что все потребители (как домашнего, так и сторонних регионов) имеют одинаковые предпочтения для домашних товаров.

Получаемая прибыль в секторе торгуемых товаров в период  $t + l$  определяется как

$$\Pi p_{M,j,t+l} = \tilde{P}_{M,j,t+l} Y_{M,j,t+l} - r_{M,t+l}^k K_{M,j,t+l} - W_{M,j,t+l} N_{M,j,t+l} - P_{X,t+l}^* Y_{X,j,t+l}^M, \quad (5)$$

где продукция сырьевого сектора, используемая при производстве торгуемых товаров.

<sup>7</sup> При соблюдении этого закона.

<sup>8</sup> Функции спроса на экспортную продукцию можно получить аналогично функциям спроса (26).

Решение статической задачи максимизации прибыли (15) приводит к уравнениям для функций спроса на капитал, труд и сырьевые товары.

$$r_{M,t}^k = \alpha_M Y_{M,j,t} \zeta_{M,t} / K_{M,j,t}, \quad (16)$$

$$w_{M,t} = \gamma_M \zeta_{M,t} Y_{M,j,t} / N_{M,j,t}, \quad (17)$$

$$s_t p_{X,t}^* = \eta_M \zeta_{M,t} Y_{M,j,t} / Y_{X,j,t}^M, \quad (18)$$

где  $\zeta_{M,t}$  – реальные предельные издержки фирм сектора торгуемых товаров.

Фирмы сектора торгуемых (промышленных) товаров имеют возможность самостоятельно изменять цены. Исследуемая модель предполагает номинальную жесткость цен по методу Calvo [17]. При этом каждой фирме разрешено на начало периода  $t$  с вероятностью  $(1 - \varphi_M^P)$  изменять уровень цен в секторе. В случае отсутствия такой возможности новый уровень цен индексируется с учетом региональной инфляции с вероятностью  $\varphi_M^P$ .

Предположим, в момент  $t$  фирма получает сигнал об установлении новой цены. Она выбирает такое значение цены, которое максимизирует ожидаемый будущий поток прибылей

$$\tilde{P}_{M,j,t} = \arg \max_{\tilde{P}_{M,j,t}} E_t \left[ \sum_{l=0}^{\infty} (\beta \varphi_M^P)^l \Lambda_{t,t+l} \text{Pr}_{M,j,t+l} (\tilde{P}_{M,j,t}) \right]$$

при условии  $Y_{M,j,t+l} = \left( \frac{\tilde{P}_{M,j,t}}{P_{M,t+l}} \right)^{-\theta} Y_{M,t+l}$ . Вы-

ражение для функции спроса на продукцию сектора торгуемых товаров  $Y_{M,j,t}$  получается из максимизации прибыли

$$P_t Y_{M,t} - \int_0^1 \tilde{P}_{M,j,t} Y_{M,j,t} dj, \text{ при условии,}$$

$$Y_{M,t} = \left( \int_0^1 Y_{M,j,t}^{(\theta-1)/\theta} \right)^{\theta/(\theta-1)}, \text{ то есть } Y_{M,t} \text{ является}$$

CES-агрегатором и  $\Theta$ -эластичность замещения между разновидностями продукции этого сектора. В выражении для

оптимальной цены  $\Lambda_{t,t+l}$  – стохастический дисконт – фактор номинальных доходов, а прибыль записывается в виде

$$\text{Pr}_{M,j,t+l} = \left( \tilde{P}_{M,j,t} / P_{t+l} - \zeta_{M,t+l} \right) Y_{M,j,t+l}.$$

Таким образом, в результате оптимизации определяется цена  $\tilde{P}_{M,j,t} = \tilde{P}_{M,j,t} / P_t =$

$$\frac{E_t \left( \sum_{l=0}^{\infty} (\beta \varphi_M^P)^l \Lambda_{t,t+l} \zeta_{M,t+l} \left( \frac{\tilde{P}_{M,j,t}}{P_{M,j,t+l}} \right)^{-\theta} Y_{M,t+l} \prod_{k=1}^l \pi_{t+k}^{-\theta} \pi_{t+k}^{\theta} \right)}{\theta - 1} \frac{E_t \left( \sum_{l=0}^{\infty} (\beta \varphi_M^P)^l \Lambda_{t,t+l} \left( \frac{\tilde{P}_{M,j,t}}{P_{M,j,t+l}} \right)^{-\theta} Y_{M,t+l} \prod_{k=1}^l \pi_{t+k}^{j(1-\theta)} \right)}{\theta - 1}.$$

## 2.4. Сектор неторгуемых товаров

Этот сектор также представлен континуальным множеством репрезентативных фирм (фирмам присваивается индекс  $j \in [0,1]$ ). Производство в этом секторе моделируется аналогично производству в секторе торгуемых промышленных товаров за исключением того, что продукция сектора неторгуемых товаров не экспортируется в другие регионы. Объем выпуска в этом секторе описывается функцией

$$Y_{N,j,t} = A_{N,t} (K_{N,j,t})^{\alpha_N} (N_{N,j,t})^{\gamma_N} (Y_{X,j,t}^N)^{\eta_N},$$

$$(\alpha_N + \gamma_N + \eta_N = 1), \quad (19)$$

где технологический фактор

$$\text{Log}(A_{N,t}) = \rho_{A,N} \text{Log}(A_{N,t-1}) + \varepsilon_{N,t}^A.$$

Получаемая прибыль в секторе неторгуемых товаров в период  $t + l$  определяется как

$$\text{Pr}_{N,j,t+l} = \tilde{P}_{N,j,t+l} Y_{N,j,t+l} -$$

$$- r_{N,t+l}^k K_{N,j,t+l} - W_{N,t+l} N_{N,j,t+l} -$$

$$- P_{X,j,t+l}^* Y_{X,j,t+l}^N, \quad (20)$$

где  $Y_{X,j,t+l}^N$  – продукция сырьевого сектора, используемая при производстве неторгуемых товаров.

Решение статической задачи максимизации прибыли (20) приводит к уравнению



ям для функций спроса на капитал, труд и сырьевые товары в секторе неторгуемых товаров

$$r_{N,t}^k = \alpha_N Y_{N,j,t} \zeta_{N,t} / K_{N,j,t}, \quad (21)$$

$$w_{N,t} = \gamma_N \zeta_{N,t} Y_{N,j,t} / N_{N,j,t}, \quad (22)$$

$$s_t p_{X,t}^* = \eta_N \zeta_{N,t} Y_{N,j,t} / Y_{X,j,t}^N, \quad (23)$$

где  $\zeta_{N,t}$  – реальные предельные издержки фирм сектора неторгуемых товаров.

Аналогично фирмам сектора торгуемых товаров фирмы в секторе неторгуемых товаров действуют в условиях несовершенной конкуренции. Поэтому предполагается также номинальная жесткость цен в соответствии с подходом Calvo. Оптимальная цена  $\tilde{P}_{N,j,t}$  в текущий момент времени определяется аналогично оптимальной цене в секторе торгуемых товаров  $\tilde{P}_{M,j,t}$  при максимизации ожидаемого потока прибыли производителей

$$\tilde{P}_{N,j,t} = \arg \max_{\tilde{P}_{N,j,t}} \left[ \sum_{l=0}^{\infty} (\beta \varphi_N^P)^l \Lambda_{t,t+l} \left( \tilde{P}_{N,j,t} / P_{t+l} - \zeta_{N,t+l} \right) Y_{N,j,t+l} \right],$$

$$\text{при условии } Y_{N,j,t+l} = \left( \frac{\tilde{P}_{N,j,t}}{P_{t+l}} \right)^{-\theta} Y_{N,t+l}.$$

## 2.5. Сектор импортируемых товаров

Фирмы ( $j \in [0,1]$ ) домашнего региона, импортирующие продукт, действуют в условиях несовершенного рынка (монополистической конкуренции). Эти фирмы покупают товар по цене  $P_{F,t}^*$ , устанавливает свой бренд на этот продукт и продают его на домашнем рынке по цене  $P_{F,j,t}$ . При этом каждый бренд этой продукции выступает в качестве несовершенного заменителя по отношению к другим брендам. Оптимальная цена в момент времени  $t$ , которую устанавливают фирмы-импортеры, определяется аналогично оп-

тимальной цене производителей в секторах торгуемых и неторгуемых товаров. При этом номинальные предельные издержки импортеров равны  $P_{F,t}^*$ .

## 2.6. Сектор производства конечных товаров и услуг

Разделение рынка продукции на рынок промежуточных товаров и рынок конечных благ необходимо для определения индекса потребительских цен и объяснения источника надбавки к ценам производителей. Рынок производства конечных товаров и услуг является совершенно конкурентным. На этом рынке действует условный агрегатор (см. рис. 1), производящий конечные блага по технологии

$$Z_t = \left( w_M^{1/v} (Y_{M,t}^d)^{\frac{v-1}{v}} + w_N^{1/v} (Y_{N,t})^{\frac{v-1}{v}} + w_F^{1/v} (Y_{F,t})^{\frac{v-1}{v}} \right)^{\frac{v}{v-1}}, \quad (24)$$

где  $w_M$ ,  $w_N$ ,  $w_F$  – доли продукции соответствующих секторов для потребления в домашнем регионе в объеме выпуска конечного продукта,  $v$  – эластичность замещения между продукцией этих секторов в конечном продукте. Отметим, что в конечные блага  $Z_t$  не входит экспортируемая из домашнего в другие регионы продукция из сырьевого и сектора торгуемых товаров (рис. 1).

Агрегатор решает задачу оптимизации своей прибыли путем максимизации целевой функции при заданных ценах

$$\max_{Y_{M,t}, Y_{N,t}, Y_{F,t}} (P_t Z_t - P_{F,t} Y_{F,t} - P_{M,t} Y_{M,t}^d - P_{N,t} Y_{N,t}) \quad (25)$$

по отношению к (24). Решение задачи оптимизации определяет агрегированные функции спроса для продукции соответствующих секторов

$$Y_{F,t} = w_F \left( \frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{-v} Z_t,$$

$$Y_{M,t}^d = w_M \left( \frac{P_{M,t}}{P_t} \right)^{-v} Z_t,$$

$$Y_{N,t} = w_F \left( \frac{P_{N,t}}{P_t} \right)^{-v} Z_t, \quad (26)$$

где  $P_t = (w_F P_{F,t}^{1-v} + w_M P_{M,t}^{1-v} + w_N P_{N,t}^{1-v})^{\frac{1}{1-v}}$ . Конечный продукт региона определяется суммой потребления, инвестиций во все сектора и региональных расходов  $Z_t = C_t + It + Gt$ .

## 2.7. Региональное правительство

Реальный баланс бюджета регионального правительства с учетом того, что налог на добавленную стоимость полностью, а налог на прибыль частично, поступают в федеральный бюджет, определяется как

$$G_t + \frac{B_{t-1}}{P_t} = \sum_{i=X,M,N} (\tau_{h,t} \frac{W_{i,t} N_{i,t}}{P_t} + \tau_{k,t} r_{i,t}^k K_{i,t}^R) + 0.85 \tau_{p,t} P p_t + \frac{B_t}{(1+r_t) P_t}. \quad (27)$$

Кроме того, в ограничении (27) не учитываются межбюджетные федеральные и региональные трансферты. С одной стороны, нас интересуют в анализе фискальной политики только искажающие налоги, с другой – отсутствие трансфертов не влияет на общность результатов.

В исследуемой модели анализируется следующее бюджетное правило для расходов регионального правительства<sup>9</sup>

$$\ln\left(\frac{G_t}{G}\right) = \rho_g \ln\left(\frac{G_{t-1}}{G}\right) + (1-\rho_g) \mu_{gv} \ln\left(\frac{y_{t-1}}{y}\right) + \varepsilon_{g,t} + corr_{-g,gc} \varepsilon_{gc,t},$$

$$\varepsilon_{g,t} \sim N(0, \sigma_g^2), \quad (28)$$

то есть рассматривается бюджетное правило с обратной связью между расходами и ВРП. Значимость этой связи характеризуется коэффициентом  $\mu_{gv}$ . Корреляция между

шоками региональных и государственных расходов учитывается параметром  $corr_{-g,gc}$ . Переменные  $G$ ,  $y$  являются долгосрочными детерминированными значениями соответствующих эндогенных переменных.

Фискальные правила для эффективных налоговых ставок определяются как правила с обратной связью между ставками и отношением долговых обязательств федерального центра к ВВП.

$$\ln\left(\frac{\tau_{h,t}}{\tau_h}\right) = \rho_{\tau h} \ln\left(\frac{\tau_{h,t-1}}{\tau_h}\right) + (1-\rho_{\tau h}) \ln\left(\frac{B_t^c / P_t}{y_{t-1}^c / y^c}\right) + \varepsilon_{\tau h,t},$$

$$\varepsilon_{\tau h,t} \sim N(0, \sigma_{\tau h}^2), \quad (29)$$

$$\ln\left(\frac{\tau_{k,t}}{\tau_k}\right) = \rho_{\tau k} \ln\left(\frac{\tau_{k,t-1}}{\tau_k}\right) + (1-\rho_{\tau k}) \ln\left(\frac{B_t^c / P_t}{y_{t-1}^c / y^c}\right) + \varepsilon_{\tau k,t},$$

$$\varepsilon_{\tau k,t} \sim N(0, \sigma_{\tau k}^2), \quad (30)$$

$$\ln\left(\frac{\tau_{c,t}}{\tau_c}\right) = \rho_{\tau c} \ln\left(\frac{\tau_{c,t-1}}{\tau_c}\right) + (1-\rho_{\tau c}) \ln\left(\frac{B_t^c / P_t}{y_{t-1}^c / y^c}\right) + \varepsilon_{\tau c,t},$$

$$\varepsilon_{\tau c,t} \sim N(0, \sigma_{\tau c}^2), \quad (31)$$

<sup>9</sup> Кроме этого правила, в модели рассматривалось правило с экзогенной зависимостью в виде AR(1) и правило с обратной связью между региональными расходами и долговыми обязательствами. Но модель с бюджетным правилом (28) наиболее адекватно отвечает эмпирическим данным.

$$\ln\left(\frac{\tau_{P,t}}{\tau_P}\right) = \rho_{\tau P} \ln\left(\frac{\tau_{P,t-1}}{\tau_P}\right) + (1 - \rho_{\tau P}) \ln\left(\frac{\frac{B_t^c / P_t}{y_{t-1}^c / y^c}}{\frac{B^c / P}{y^c}}\right) + \varepsilon_{\tau P,t},$$

$$\varepsilon_{\tau P,t} \sim N(0, \sigma_{\tau P}^2). \quad (32)$$

## 2.8. Федеральное правительство и Центральный банк

Реальный баланс бюджета Правительства РФ определяется как

$$G_t^c + \frac{B_{t-1}^c}{P_t^*} = \tau_c (C_t + G_t) + \frac{B_t^c}{(1 + r_t^c) P_t^*} + 0.15 \tau_{P,t} P_{P,t}. \quad (33)$$

Бюджетное правило для федеральных расходов, анализируемое в модели имеет тот же вид, что и правило для региональных расходов (28).

На данный момент отсутствует единая точка зрения относительно монетарного правила ЦБ России [18]. В ряде работ [19] подчеркивается, что эффективным монетарным инструментом российского Центрального банка является правило Тейлора [20] для процентной ставки. Поэтому в предлагаемой публикации монетарная политика ЦБ моделируется именно в такой форме:

$$\ln\left(\frac{R_t^c}{R^c}\right) = \omega_{rc} \ln\left(\frac{R_{t-1}^c}{R^c}\right) + \left(\frac{1 - \omega_{rc}}{R^c}\right) \left[ \omega_{\pi c} \ln\left(\frac{\pi_t^c}{\pi}\right) + \omega_{yc} \ln\left(\frac{y_t^c}{y^c}\right) \right] + \varepsilon_t^{rc},$$

$$\varepsilon_t^{rc} \sim N(0, \sigma_{rc}^2), \quad (34)$$

где  $R_t^c = 1 + r_t^c$ ,  $\omega_x, \omega_{\pi c}, \omega_y$  – весовые коэффициенты в правиле Тейлора,  $\pi_t^c, y_t^c$  – уровень инфляции и объем выпуска

в российской экономике. Эти переменные являются экзогенными и изменяются в соответствии с авторегрессионными уравнениями  $AR(1)$ .

## 2.9. Общее равновесие

Идея общего равновесия заключается в том, что каждый из агентов в модели предлагает свой условный план величины спроса и предложения на продукты и ресурсы, который зависит от цен на эти продукты и ресурсы. В процессе взаимодействия агентов их планы согласовываются так, чтобы выполнялись включенные в модель материальные и финансовые системные балансовые соотношения.

В предположении симметричности равновесия планы и решения для всех домашних хозяйств и фирм являются одинаковыми. Таким образом,

$$\begin{aligned} C_{h,t} &= C_t, B_{h,t} = B_t, B_{h,t}^c = \\ &= B_t^c, I_{i,h,t} = I_{i,t}, N_{i,h,t} = N_{i,j,t} = \\ &= N_{i,t}, K_{i,h,t} = K_{i,j,t} = K_{i,t}, Tr_{h,t}^c = Tr_t^c \\ \tilde{W}_{i,h,t} &= \tilde{W}_{i,t}, Y_{i,j,t} = Y_{i,t}, P_{\tau,j,t} = \\ &= P_{\tau,t}, \tilde{P}_{\tau,j,t} = \tilde{P}_{\tau,t}, Y_{X,j,t}^M = Y_{X,t}^M, Y_{X,j,t}^N = \\ &= Y_{X,t}^N, P_{P,h,t} = P_{P,t}, Tr_{h,t} = Tr_t. \end{aligned}$$

при всех значениях  $h \in [0, 1], j \in [0, 1], i = M, N, X$  и  $\tau = M, N, F$ . В общем равновесии стационарные детерминированные значения  $B = B^c = Tr = Tr^c = 0$  (условие расчищения рынков). Региональный валовой продукт составляет

$$Y_t = p_{M,t} Y_{M,t}^d + p_{N,t} Y_{N,t} + s_t p_{M,t}^* Y_{M,t}^{ex} + s_t p_{X,t}^* (Y_{X,t} - Y_{X,t}^N - Y_{X,t}^M),$$

где  $p_{M,t} = \frac{P_{M,t}}{P_t}, p_{N,t} = \frac{P_{N,t}}{P_t},$

$$p_{M,t}^* = \frac{P_{M,t}}{P_t^*}, p_{X,t}^* = \frac{P_{X,t}}{P_t^*}, s_t = \frac{P_t^*}{P_t}.$$

В выражении для ВРП два первых слагаемых определяют продукцию, потребляемую

в домашнем регионе, два последних – продукцию, экспортируемую в другие регионы.

Для нахождения решения вышеприведенной системы уравнений необходимо оценить параметры модели. Для этого система уравнений приводилась к логлинеаризованному виду относительно соответствующих устойчивых стационарных детерминированных состояний. Реализация модели и нахождение решений осуществлялись в математическом пакете Matlab.

### 3. Оценка параметров модели

Для нахождения решения вышеприведенной системы уравнений последняя приводилась к логлинеаризованному виду относительно соответствующих устойчивых стационарных детерминированных состояний. Реализация модели и нахождение решений осуществлялись в математическом пакете Matlab.

Оценка параметров модели осуществлялась с помощью Байесовской эконометрики [21–23]. При этом использовались статистические данные для экономики Свердловской области и экономики РФ. Согласно теореме Байеса, апостериорная функция  $p(\vartheta | Y_T)$  плотности вероятности вектора параметров модели  $\vartheta$  имеет вид

$$\begin{aligned} p(\vartheta | Y_T) &= \frac{p(Y_T | \vartheta) * p(\vartheta)}{p(Y_T)} = \\ &= \frac{p(Y_T | \vartheta) * p(\vartheta)}{\int p(Y_T | \vartheta) * p(\vartheta) d\vartheta}, \end{aligned} \quad (35)$$

где  $T$  – длина временного ряда,  $p(Y_T | \vartheta)$  – функция правдоподобия,  $p(\vartheta)$  – априорная функция плотности вероятности вектора параметров модели,  $Y_T$  – вектор наблюдаемых переменных. Функция  $p(Y_T)$  – функция маргинального правдоподобия.

Параметризация исследуемой модели производилась на статистических данных

экономики Свердловской области и РФ. При этом использовались временные ряды квартальных данных с 2003 по 2015 г. по следующим переменным<sup>10</sup>: валовой региональный продукт Свердловской области, валовой внутренний продукт РФ, конечное потребление домашних хозяйств региона, конечное потребление домашних хозяйств РФ, средняя заработная плата в регионе<sup>11</sup>, уровень общей инфляции в РФ, уровень потребительских цен в регионе, объемы выпуска в сырьевом секторе (добыча полезных ископаемых), секторе промышленных товаров и в секторе неторгуемых товаров.

При этом сектор промышленных товаров включал в себя сельскохозяйственное производство и различные промышленные отрасли. Сектор неторгуемых товаров включал в себя производство и транспортировку электроэнергии, газа и воды, строительство, оптовую и розничную торговлю, транспорт и связь, финансы, страхование и недвижимость, государственное управление, образование и здравоохранение, социальные и другие услуги. Из исследуемых временных рядов удалялась сезонная составляющая. После этого из логарифмированных временных рядов с помощью фильтра Ходрика – Прескотта удалялась трендовая составляющая. Циклические компоненты, полученные после этих трансформаций временных рядов, можно трактовать как отклонения переменных от долгосрочного равновесия.

Часть параметров модели принимала фиксированные значения. Норм амортизации капитала принималась равной  $\delta = 0,025$ . Параметр  $\lambda = 0,5$ . Коэффициент

<sup>10</sup> Источником данных являются официальные сайты Росстата и ЦБ.

<sup>11</sup> Все вышеперечисленные переменные представлены на душу населения в постоянных ценах первого квартала 2003 г.

дисконтирования  $\beta = 0,9$  [8]. Предельные налоговые ставки  $\tau_h = 0,13$ ,  $\tau_p = 0,2$ ,  $\tau_k = 0,18$ ,  $\tau_c = 0,18$ . Параметры производственных функций всех секторов принимались равными аналогичным параметрам для экономики России, исходя из того, что структура экономики Свердловской области подобна структуре экономики России. В работе [24] эти параметры рассчитывались на основе таблиц «затраты – выпуск». Аналогичные соображения принимались во внимание при калибровке параметров  $w_M, w_N, w_P, w_{ex}$ .

Оценка апостериорного распределения проводилась с помощью методов Монте-Карло по схеме марковских цепей (MCMC) [22, 23]. При оценке использовалось две цепи с длиной выборки формируемых данных (случайных значений отдельных параметров) в каждой цепи равной  $10^5$ . Идея алгоритма MCMC заключается в выборе точек путем случайных блужданий в наиболее вероятном подпространстве пространства параметров. На каждом шаге алгоритма сравниваются отношения апостериорных плотностей вероятностей для текущих и предыдущих значений формируемых значений параметров. На рис. 2. представлены статистики Брукса и Гелмана [23] для многофакторной диагностики<sup>12</sup>, которые демонстрируют достаточно хорошую сходимость алгоритма к стационарному распределению выборки данных. Сплошные и пунктирные линии на графиках отражают меру рекурсивной сходимости алгоритма для сформированных данных внутри цепочек Маркова и всего массива данных соответственно. Мера «interval» вычисляется с использованием 80 % доверительного интервала относительно среднего значения. Меры «m2» и «m3» – соответственно для второго (дисперсии) и

третьего моментов. Реализация алгоритма осуществлялась в математическом пакете Matlab.

## 4. Результаты

### 4.1. Анализ функций импульсного отклика

В качестве иллюстрации применения разработанной модели к анализу фискальной региональной политики проанализируем поведение функций импульсного отклика. Ввиду ограниченного формата публикации рассматривается лишь влияние фискальных шоков на важнейшие региональные эндогенные переменные. На рис. 3–7 показано влияние одномоментных положительных шоков<sup>13</sup> региональных расходов, а также налоговых шоков на объемы выпуска в различных секторах экономики, совокупное региональное потребление домашних хозяйств, региональную инфляцию и реальную заработную плату в секторе обрабатывающей промышленности при доле домашних хозяйств рикарданского типа  $\lambda = 0,5$ . Затененные серым цветом области обеспечивают наивысшие интервалы апостериорной плотности (интервал наибольшей апостериорной плотности (HPDI)).

Анализ поведения функций импульсного отклика свидетельствует о том, что увеличение расходов регионального бюджета (рис. 3) увеличивает региональное потребление, объем выпуска в трех секторах экономики и к росту инфляции в регионе. Реакция объемов выпуска в различных секторах и совокупного регионального потребления на рост эффективной ставки налога с дохода физических лиц (рис. 4), налога на прибыль (рис. 5) и косвенного налога на потребление (рис. 6) одинакова. Совокупное региональное потребление и объемы выпуска во всех секторах с ростом указанных

<sup>12</sup> Статистики для отдельных параметров занимают большой объем публикации и могут быть представлены по отдельному запросу.

<sup>13</sup> Размер шока равен одному стандартному отклонению.

процентных ставок снижаются. Особенно существенное снижение уровня потребления наблюдается при росте эффективных ставок налога с дохода и налога на потребление (рис. 4, 6). В отличие от предыдущей реакции исследуемых переменных, одномомент-

ное увеличение ставки налога на капитал (рис. 7) приводит к увеличению потребления. Это может быть связано с тем, что с ростом этого налога увеличивается потребление за счет уменьшения инвестиций в основной капитал.

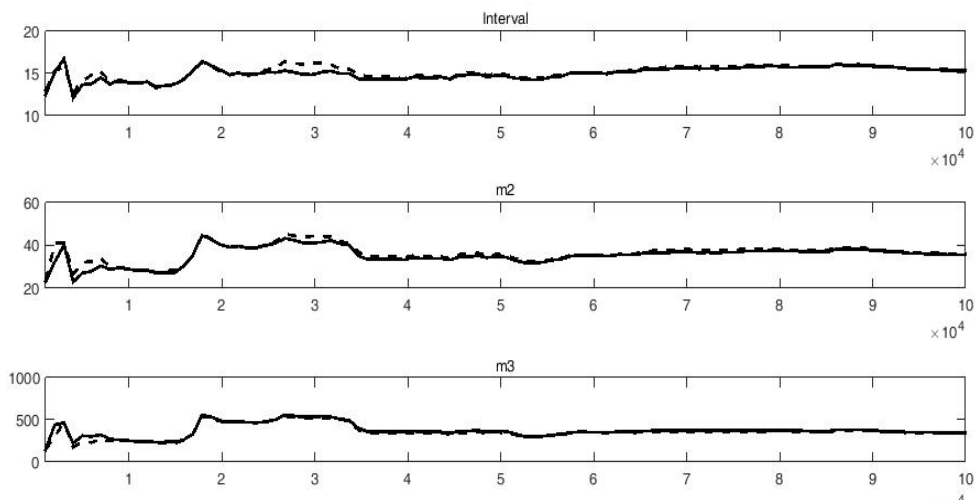


Рис. 2. Многофакторная диагностика сходимости оценки параметров модели (обозначения в тексте)

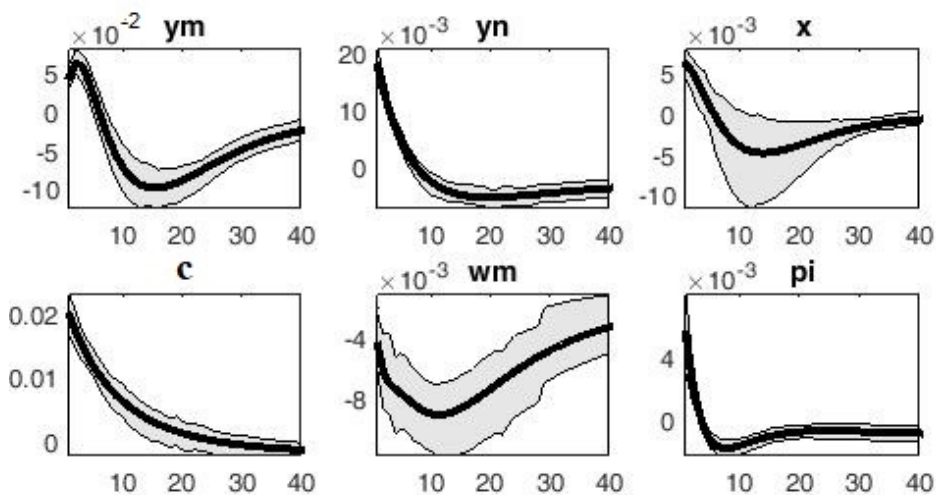


Рис. 3. Функции импульсного отклика объемов выпуска в секторах обрабатывающей промышленности ( $y_m$ ), неторгуемых товаров ( $y_n$ ) и сырьевом ( $x$ ), совокупного потребления домашних хозяйств ( $c$ ), региональной инфляции ( $\pi$ ), реальной заработной платы в обрабатывающей промышленности ( $w_m$ ) на шок региональных расходов



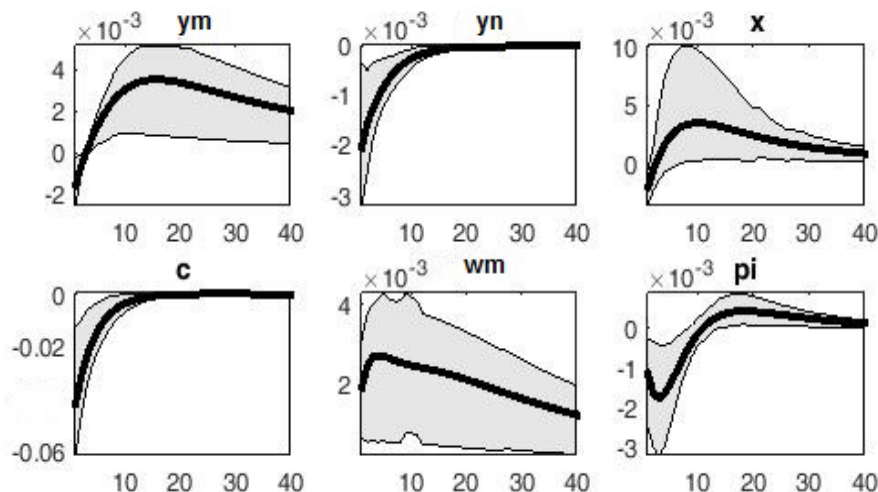


Рис. 4. Функции импульсного отклика объемов выпуска в секторах обрабатывающей промышленности ( $y_m$ ), неторгуемых товаров ( $y_n$ ) и сырьевом ( $x$ ), совокупного потребления домашних хозяйств ( $c$ ), региональной инфляции ( $\pi_i$ ), реальной заработной платы в обрабатывающей промышленности ( $w_m$ ) на шок эффективной налоговой ставки на доход физических лиц

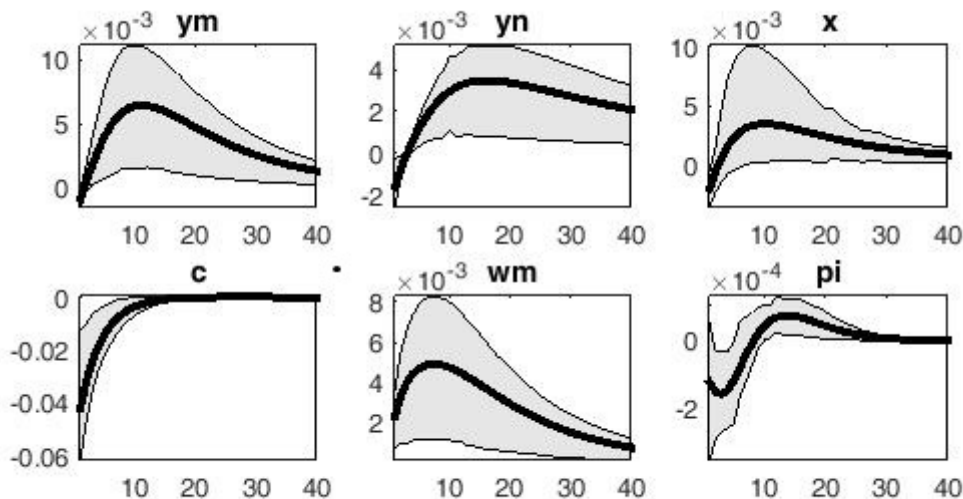


Рис. 5. Функции импульсного отклика объемов выпуска в секторах обрабатывающей промышленности ( $y_m$ ), неторгуемых товаров ( $y_n$ ) и сырьевом ( $x$ ), совокупного потребления домашних хозяйств ( $c$ ), региональной инфляции ( $\pi_i$ ), реальной заработной платы в обрабатывающей промышленности ( $w_m$ ) на шок эффективной налоговой ставки на прибыль

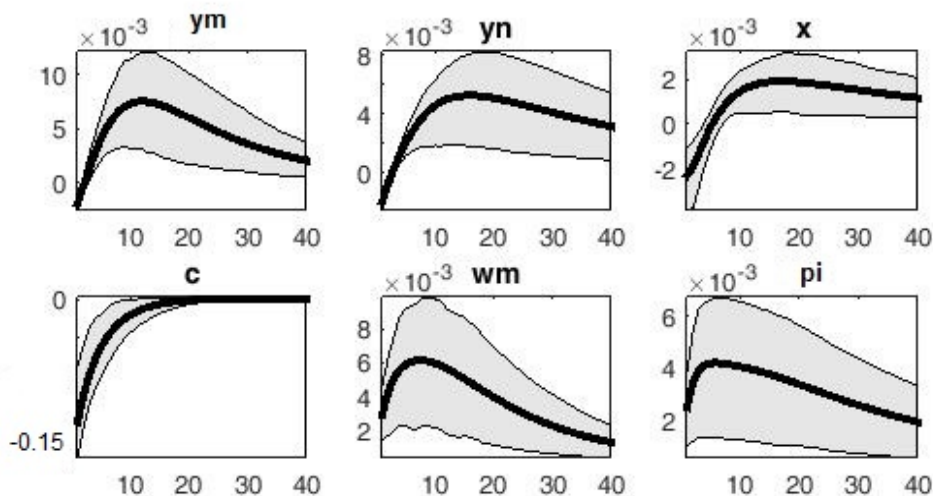


Рис. 6. Функции импульсного отклика объемов выпуска в секторах обрабатывающей промышленности ( $y_m$ ), неторгуемых товаров ( $y_n$ ) и сырьевом ( $x$ ), совокупного потребления домашних хозяйств ( $c$ ), региональной инфляции ( $\pi$ ), реальной заработной платы в обрабатывающей промышленности ( $w_m$ ) на шок эффективной налоговой ставки на потребление

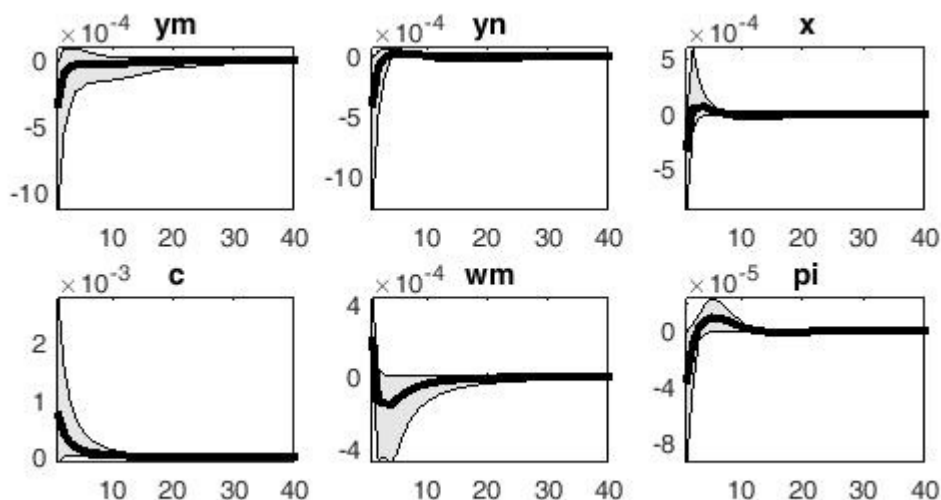


Рис. 7. Функции импульсного отклика объемов выпуска в секторах обрабатывающей промышленности ( $y_m$ ), неторгуемых товаров ( $y_n$ ) и сырьевом ( $x$ ), совокупного потребления ( $c$ ), региональной инфляции ( $\pi$ ), реальной заработной платы в обрабатывающей промышленности ( $w_m$ ) на шок эффективной налоговой ставки на капитал

Различный отклик реальной заработной платы ( $w_t$ ) на рассматриваемые шоки обусловлен различной реакцией предложения труда на рассматриваемые шоки, зависящей от эластичности предложения труда в функции досуга  $V(N_{h,t}^R)$  в (1). При этом рост предложения труда приводит к снижению реальной заработной платы, а снижение предложения труда, напротив к ее росту [8]. Отметим также, что увеличение эффективной ставки налога на потребление, приводит к росту региональной инфляции. Напротив, увеличение процентных ставок налогов на доход физических лиц и на капитал приводит к снижению региональной инфляции.

#### 4.2. Декомпозиция дисперсий эндогенных переменных

В табл. 1 и 2 представлен вклад внутренних (табл. 1) и внешних по отношению к домашнему региону (табл. 2) шоков спроса и предложения в вариацию объемов выпуска во всех секторах экономики и совокупного конечного потребления домашних хозяйств, полученный в результате безусловной декомпозиции дисперсий эндогенных переменных. Из приведенных в таблицах данных следует отметить, что наибольший

вклад в дисперсию объемов выпуска во всех секторах региональной экономики вносят соответствующие технологические шоки. Кроме того, существенный вклад в вариацию объема выпуска в секторе добычи полезных ископаемых вносит шок цены на сырьевые товары ( $\varepsilon_{px,t}$ ). Из фискальных шоков наибольший вклад в потребление домашних хозяйств оказывает шок эффективной налоговой ставки на потребление ( $\varepsilon_{\tau c,t}$ ) и в меньшей степени шок региональных расходов ( $\varepsilon_{g,t}$ ) и технологический шок в секторе неторгуемых товаров ( $\varepsilon_{N,t}^A$ ). Отметим также, что шок процентной ставки ( $\varepsilon_t^r$ ) влияет в большей степени на объем выпуска в секторе неторгуемых товаров.

Более мощным инструментом анализа влияния шоков на переменные в DSGE-моделях является историческая (временная) декомпозиция вариации (дисперсий) эндогенных переменных, позволяющая оценить вклад в динамику региональных переменных внешних и внутренних экономических факторов в период до и после кризиса 2008 г.<sup>14</sup> Ввиду того, что рассматриваемая модель содержит значительное количество шоков (13 шоков), для облегчения визуализации (но с некото-

Таблица 1

Вклад внутренних шоков на дисперсию переменных

|           | $\varepsilon_{M,t}^A$ | $\varepsilon_{N,t}^A$ | $\varepsilon_{L,t}$ | $\varepsilon_{g,t}$ | $\varepsilon_{\tau c,t}$ | $\varepsilon_{\tau h,t}$ | $\varepsilon_{\tau k,t}$ | $\varepsilon_{\tau p,t}$ |
|-----------|-----------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $Y_{M,t}$ | 34,05                 | 7,71                  | 6,65                | 9,75                | 7,78                     | 1,23                     | 6,45                     | 2,67                     |
| $Y_{N,t}$ | 5,76                  | 39,45                 | 1,73                | 6,89                | 5,73                     | 1,35                     | 7,87                     | 3,34                     |
| $Y_{X,t}$ | 4,97                  | 4,78                  | 39,07               | 2,56                | 6,32                     | 0,86                     | 2,76                     | 1,45                     |
| $C_t$     | 7,45                  | 17,54                 | 1,79                | 17,98               | 24,17                    | 6,67                     | 3,23                     | 3,12                     |

рой потерей экономической интерпретации) все шоки разбиты на четыре группы. Первая группа содержит шоки предложения – технологические шоки, ценовой шок на сырьевые товары, шок на использование природных ресурсов  $\varepsilon_{M,t}^A, \varepsilon_{N,t}^A, \varepsilon_{P_X,t}, \varepsilon_{L,t}^A$ . Вторая группа состоит из одного шока спроса – региональных расходов  $\varepsilon_{g,t}$ . Третья группа содержит внешние по отношению к рассматриваемому региону шоки – инфляционный шок, шок объема выпуска в российской экономике<sup>15</sup>, шок монетарной политики (шок процентной ставки), шок госрасходов. Наконец, четвертая группа – группа фискальных шоков  $\varepsilon_{th,t}, \varepsilon_{tc,t}, \varepsilon_{tk,t}, \varepsilon_{tp,t}$ , ответственных за формирование доходов бюджета. Отметим, что шоки первой, второй и четвертой групп однонаправленные, а внешние шоки (вторая группа) разнонаправленные.

Таблица 2

Вклад внешних по отношению к домашнему региону шоков на дисперсию переменных

|           | $\varepsilon_{g,t}$ | $\varepsilon_{P_X,t}$ | $\varepsilon_t^c$ | $\varepsilon_{\pi,t}$ | $\varepsilon_{\varepsilon,t}$ |
|-----------|---------------------|-----------------------|-------------------|-----------------------|-------------------------------|
| $Y_{M,t}$ | 2,76                | 6,23                  | 5,65              | 4,43                  | 4,64                          |
| $Y_{N,t}$ | 2,98                | 1,87                  | 11,63             | 7,76                  | 3,64                          |
| $Y_{X,t}$ | 1,67                | 28,01                 | 1,97              | 2,71                  | 2,87                          |
| $C_t$     | 4,87                | 1,99                  | 3,86              | 3,72                  | 3,61                          |

Разложение вариаций региональных объемов выпуска в различных секторах приведено на рис. 8–10. Сплошная линия на рисунках представляет динамику рассматриваемой фактической переменной в процентном отклонении от значения

в первом квартале 2003 г., а столбчатая диаграмма – вклад группы шоков. Из приведенных данных следует, что во время кризиса 2008–2010 гг. основная роль в спаде реального объема выпуска в обрабатывающей промышленности (рис. 7) принадлежала шокам предложения, связанным с резким снижением цен на металлы и фискальным шокам. Эти шоки ответственны примерно за 25 % спад реального объема выпуска в рассматриваемом секторе.

Свердловская область как субъект с металлургической специализацией одна из первых пострадала от падения цен на мировом рынке на экспортируемую продукцию. Наряду с этим в период экономического кризиса снижались доходы консолидированного бюджета области, и за первые три квартала 2009 г. они составляли 87,1 % к уровню аналогичного периода 2008 г. [25]. Меньшая, но существенная доля по сравнению с фискальными и шоками предложения в разложении вариаций региональных объемов выпуска принадлежала отрицательному шоку спроса (шок региональных расходов). Это связано с тем, что в период кризиса региональные расходы составляли 95,4 % к аналогичному уровню 2008 г. [25]. В большей степени шок региональных расходов влияет на потребление домохозяйств<sup>16</sup>. Незначительная роль в спаде реального объема выпуска в обрабатывающей промышленности в период кризиса принадлежала внешним по отношению

<sup>14</sup> При временной декомпозиции вариаций эндогенных переменных в текущий момент происходит вклад временных шоков, происходящих не только в данный период времени, но и в предыдущие периоды. Поэтому прямая корреляция с данными таблиц 1 и 2 отсутствует.

<sup>15</sup> Эти шоки неявно присутствуют в правиле Тейлора.

<sup>16</sup> Ввиду ограниченного формата публикации разложение вариаций совокупного потребления домашних хозяйств не приводится.

к рассматриваемому региону шокам. Из внешних шоков основную роль играли разнонаправленные шоки процентной ставки и объема выпуска в национальной экономике. Отметим также, что в докризисный период 2008 г. рост объема выпуска в рассматриваемом секторе в основном вызывался шоками предложения.

В спаде реального объема выпуска в секторе неторгуемых товаров (рис. 9) роль внешних шоков возрастает, и их доля приближается к доле шоков предложения. Отметим, что, начиная декабря с 2008 г., ставка рефинансирования ЦБ снижалась. Доля шока региональных расходов, напротив, меньше, чем для объема выпуска в обрабатывающей промышленности. Все эти группы шоков ответственны за 30 % спад объема выпуска в рассматриваемом секторе. В докризисный период рост объ-

ема выпуска в секторе неторгуемых товаров так же, как и в секторе промышленного производства обеспечивался в основном шоками предложения и частично внешними шоками.

В секторе добычи полезных ископаемых (рис. 10) главенствующая роль как во время спада, так и во время подъема принадлежала шокам предложения (снижением и повышением биржевых цен на металлы). Роль остальных шоков незначительна.

Из анализа результатов временной декомпозиции рассмотренных эндогенных переменных можно сделать вывод о том, что деловой цикл в рассматриваемом регионе и в анализируемом периоде в большей мере обусловлен факторами предложения, а не факторами со стороны спроса. Отметим также, что разложение вариаций эндогенных региональных переменных по

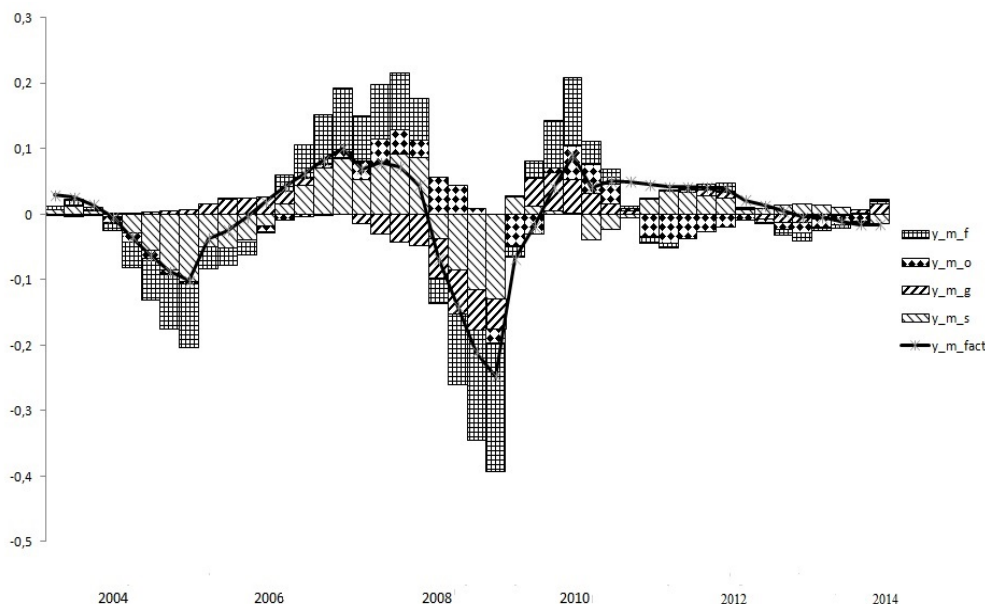


Рис. 8. Временная декомпозиция вариации реального объема выпуска в обрабатывающей промышленности (процентное отклонение). Обозначения:  $y_{m_s}$  – шоки предложения;  $y_{m_g}$  – шок региональных расходов;  $y_{m_o}$  – внешние (федеральные шоки);  $y_{m_f}$  – фискальные шоки;  $y_{m\_fact}$  – динамика фактической переменной  $y_m$

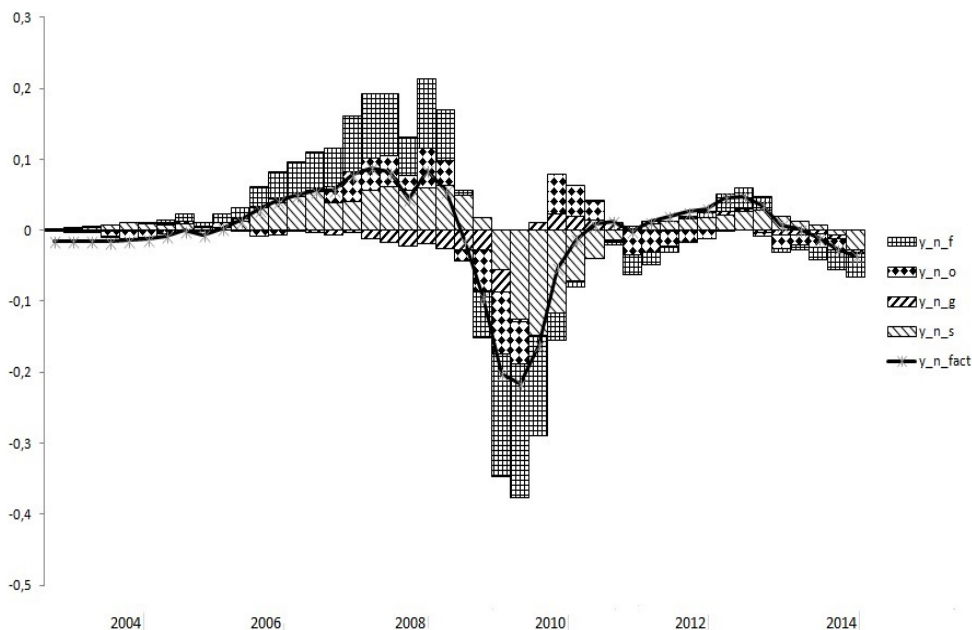


Рис. 9. Временная декомпозиция вариации реального объема выпуска в секторе неторгуемых товаров (процентное отклонение). Обозначения:  $y_{n_s}$  – шоки предложения;  $y_{n_g}$  – шок региональных расходов;  $y_{n_o}$  – внешние (федеральные шоки);  $y_{n_f}$  – фискальные шоки;  $y_{n\_fact}$  – динамика фактической переменной  $y_n$

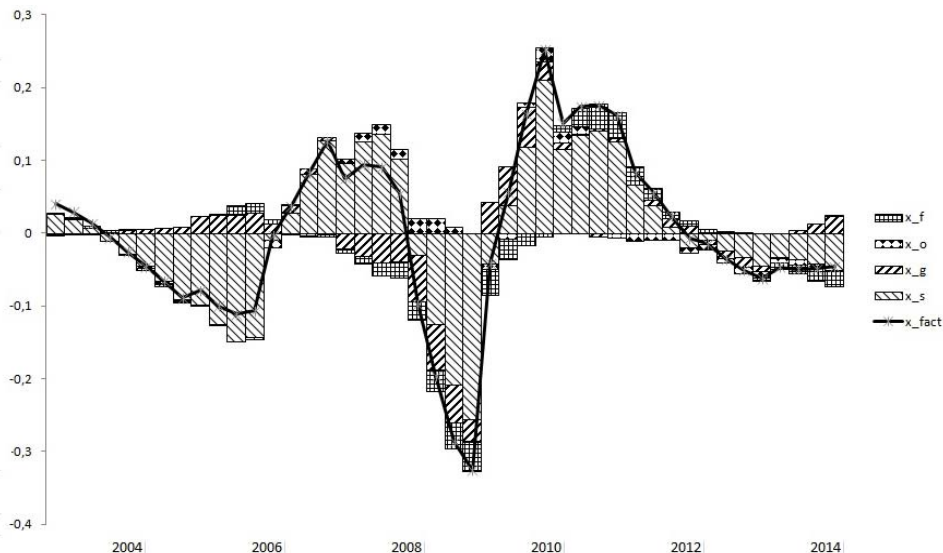


Рис. 10. Временная декомпозиция вариации реального объема выпуска в секторе добычи полезных ископаемых (процентное отклонение). Обозначения:  $x_s$  – шоки предложения;  $x_g$  – шок региональных расходов;  $x_o$  – внешние (федеральные шоки);  $x_f$  – фискальные шоки;  $x\_fact$  – динамика фактической переменной  $x$



отдельным шокам (не по группам) может изменить и уточнить некоторые выводы. В частности, выводы по влиянию внешних разнонаправленных шоков на поведение исследуемых переменных.

### Заключение

Представленная в данной публикации динамическая стохастическая модель отражает структуру реального сектора экономики Свердловской области. При разработке модели применялся подход общего равновесия. Параметризация модели осуществлялась на эмпирических статистических данных экономики Свердловской области при использовании байесовской эконометрики. Эмпирическая значимость структурных шоков оценивалась с использованием функций импульсного отклика и декомпозиции дисперсий основных секторальных переменных. Показано, что наибольший вклад в дисперсию объемов выпуска во всех секторах региональной экономики вносят соответствующие технологические шоки. Из фискальных шоков наибольший вклад в потребление домашних хозяйств оказывает шок эффективной налоговой ставки на потребление и в меньшей степени шок региональных расходов и технологический шок в секторе неторгуемых товаров. Монетарный шок процентной ставки

влияет в большей степени на объем выпуска в секторе неторгуемых товаров. Результаты временной декомпозиции объемов выпуска в рассматриваемых секторах экономики Свердловской области позволяют сделать вывод о том, что деловой цикл в рассматриваемом регионе и в анализируемом периоде в большей мере обусловлен факторами предложения, а не факторами со стороны спроса. Полученные результаты являются оригинальными и могут использоваться для анализа приоритетов региональной экономической политики и для снижения вероятности возникновения кризисных явлений в региональной экономике.

Вместе с тем данная публикация является мотивационным фактором для будущих исследований. В частности, экспорт продукции в другие регионы описывается в модели как экзогенный процесс. Учет эндогенности этого процесса может несколько изменить причинно-следственные связи между переменными модели. Кроме того, экономические агенты модели являются репрезентативными. Ослабление этого допущения, то есть учет гетерогенности экономических агентов также может изменить полученные результаты. Моделирование такой экономики является интересной темой для дальнейших исследований в области пространственного развития.

### Список использованных источников

1. Adolfson M. Monetary Policy with Incomplete Exchange Rate Pass-Through // *Journal of International Money and Finance*. 2007. Vol. 26. P. 468–494.
2. Gali J., Gertler M. Macroeconomic Modeling for Monetary Policy Evaluation // *Journal of Economic Perspectives*. 2007. Vol. 1. P. 25–46.
3. Sugo T., Ueda K. Estimating a dynamic stochastic general equilibrium model for Japan // *Journal of the Japanese and International Economies*. 2008. Vol. 22. P. 476–502.
4. Малаховская О.А. Использование моделей DSGE для прогнозирования: есть ли перспектива // *Вопросы экономики*. 2016. № 12. С. 129–146.
5. Иващенко С.М. Многосекторная модель динамического стохастического общего экономического равновесия российской экономики //

- Вестник С.-Петерб. ун-та. Серия 5. Экономика. 2016. № 3. С. 176–202.
6. Duarte M., Wolman A. Fiscal Policy and regional inflation in a currency Union // *Journal of international Economics*. 2008. Vol. 74, Issue 2. P. 384–401.
  7. Tamegawa K. Constructing a Small – Region DSGE Model // *Hindawi Publishing Corporation ISRN Economics*. 2013. Vol. 2013. P. 1–9.
  8. Серков Л.А. Анализ влияния структурных шоков на эндогенные переменные компактной региональной динамической модели // *Вестник УрФУ. Серия экономика и управление*. 2018. Т. 17, № 3. С. 445–470.
  9. Dib A. Welfare effects of commodity price and exchange rate volatilities in a multi-sector small open economy model // *Bank of Canada Working Paper*. 2008. No. 2008–8. 53 p.
  10. Sargent T., Wallace N. Rational Expectation and The Theory of Economic Policy // *Journal of Monetary Economics*. 1976. Vol. 2. P. 169–183.
  11. Muth J.F. Rational Expectations and the Theory of Price Movements // *Econometrica*. 1961. Vol. 29, № 3. P. 315–335.
  12. Kydland F.E., Prescott E.C. Time to Build and Aggregate Fluctuations // *Econometrica*. 1982. Vol. 50. P. 1345–1371.
  13. Kim J. Constructing and estimating a realistic optimizing model of monetary policy // *Journal of Monetary Economics*. 2000. Vol. 45. P. 329–359.
  14. Smets F., Wouters R. An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the euro area // *Journal of the European Economic Association*. 2003. Vol. 1. P. 1123–1175.
  15. Ireland P. Sticky price models of the business cycle: specification and stability // *Journal of Monetary Economics*. 2001. Vol. 47. P. 3–18.
  16. Klein P. Using the generalized schur form to solve a multivariate linear rational expectations model // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2000. Vol. 24, № 10. P. 1405–1423.
  17. Calvo G. Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework // *Journal of Monetary Economics*. 1983. Vol. 12, Issue 3. P. 383–398.
  18. Шульгин А.Г. Сколько правил монетарной политики необходимо при оценке DSGE – модели для России? // *Прикладная эконометрика*. 2014. № 36. С. 3–31.
  19. Федорова Е.А., Лысенкова А.В. Моделирование правила Тейлора для денежно-кредитной политики Банка России: эмпирический анализ // *Финансовый рынок*. 2013. № 37(565). С. 10–17.
  20. Taylor J.B. Discretion versus policy rules in practice // *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*. 1993. Vol. 39. P. 195–214.
  21. Fernandez-Villaverde J., Rubio-Ramirez J. Comparing dynamic equilibrium models to data: a bayesian approach // *Journal of Econometrics*. 2004. Vol. 123. P. 153–187.
  22. Geweke J. Using simulation methods for Bayesian econometric models: Inference // *Econometric Reviews*. 1999. Vol. 18. P. 1–126.
  23. Brooks S.P., Gelman A. General methods for monitoring convergence of iterative simulations // *Journal of Computational and Graphical Statics*. 1998. Vol. 7. P. 434–455.
  24. Semko R. Optimal economic policy and oil price shocks in Russia // *Economics Education and Research Consortium. Working Paper*. 2013. № 13/03E. 53 p.
  25. Максимов М.И. Кризис и регион: Свердловская область // *Научно-образовательный портал IQ*. 2009. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://iq.hse.ru/news/177674868.html>.

Serkov L.A.

*Institute of Economics, the Ural Branch of RAS,  
Ekaterinburg, Russia*

## MULTISECTOR SUBJECTIVE DYNAMIC MODEL AS A TOOL FOR ANALYSIS OF REGIONAL POLICY

**Abstract.** Using the tools of regional dynamic models for analyzing the economy of the constituent regions of the Russian Federation for the study of regional business cycles is a relevant task today. The purpose of this article is to develop a dynamic multi-sector model for regional policy analysis. Using the toolkit of this model, the relationship between the main regional variables (total consumption, output in the studied sectors, real wages, inflation rate) is analyzed. A feature of the proposed model is that it reflects the structure of the real sector of the economy of the Sverdlovsk region. The use of tools in the form of impulse response functions and historical decomposition of regional variables shows the impact of supply and demand shocks, including in retrospective on the output in various sectors of the regional economy (manufacturing, non-tradable goods and mining sectors. The model covers households, firms from three sectors of the real sector of the economy, regional and federal governments, and the Central Bank. From the analysis of the results of the temporal decomposition of the variations of the endogenous variables and impulse response functions considered, it was concluded that the cyclical processes in the regional economy of the Sverdlovsk region throughout the studied period were largely due to factors of supply rather than demand. The results of the research be used to analyze the priorities of regional industrial policy, to reduce the likelihood of a crisis in the regional economy.

**Keywords:** region; multisector dynamic stochastic model; Bayes factor; supply shocks; demand shocks; impulse response functions; historical decomposition of endogenous variables variations.

## References

1. Adolfson, M. (2007). Monetary Policy with Incomplete Exchange Rate Pass – Through. *Journal of International Money and Finance*, Vol. 26, 468–494.
2. Gali, J., Gertler, M. (2007). Macroeconomic Modeling for Monetary Policy Evaluation. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 1, 25–46.
3. Sugo, T., Ueda, K. (2008). Estimating a dynamic stochastic general equilibrium model for Japan. *Journal of the Japanese and International Economies*, Vol. 22, 476–502.
4. Malakhovskaya, O.A. (2016). Ispol'zovanie modelei DSGE dlia prognozirovaniia: est' li perspektiva (DSGE-based forecasting: What should our perspective be?). *Voprosy Ekonomiki*, No. 12, 129–146.
5. Ivashchenko, S.M. (2016). Mnogo-sektornaia model' dinamicheskogo stokhasticheskogo obshchego ekonomicheskogo ravnovesiia rossiiskoi ekonomiki (Multiple Sectors DSGE Model of Russia). *Vestnik S.-Peterb. un-ta. Seriia 5. Ekonomika (St Petersburg University Journal of Economic Studies)*, No. 3, 176–202.
6. Duarte, M., Wolman, A. (2008). Fiscal Policy and regional inflation in a currency Union. *Journal of international Economics*, Vol. 74, Issue 2, 384–401.

7. Tamegawa, K. (2013). Constructing a Small – Region DSGE Model. *Hindawi Publishing Corporation ISRN Economics*, Vol. 2013, 1–9.
8. Serkov, L.A. (2018). Analiz vliianiia strukturnykh shokov na endogennye peremennye kompaktnoi regional'noi dinamicheskoi modeli (Analysis of the Effect of Structural Shocks on the Endogenous Variables of a Compact Regional Dynamic Model). *Vestnik UrFU. Seriya ekonomika i upravlenie (Bulletin of Ural Federal University. Series Economics and Management)*. Vol. 17, No. 3, 445–470.
9. Dib, A. (2008). Welfare effects of commodity price and exchange rate volatilities in a multi-sector small open economy model. *Bank of Canada Working Paper*, No. 2008–8, 53 p.
10. Sargent, T., Wallace, N. (1976). Rational Expectation and The Theory of Economic Policy. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 2, 169–183.
11. Muth, J.F. (1961). Rational Expectations and the Theory of Price Movements. *Econometrica*, Vol. 29, No. 3, 315–335.
12. Kydland, F.E., Prescott, E.C. (1982). Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, Vol. 50, 1345–1371.
13. Kim, J. (2000). Constructing and estimating a realistic optimizing model of monetary policy. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 45, 329–359.
14. Smets, F., Wouters, R. (2003). An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the euro area. *Journal of the European Economic Association*, Vol. 1, 1123–1175.
15. Ireland, P. (2001). Sticky price models of the business cycle: specification and stability. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 47, 3–18.
16. Klein, P. (2000). Using the generalized schur form to solve a multivariate linear rational expectations model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 24, No. 10, 1405–1423.
17. Calvo, G. (1983). Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 12, Issue 3, 383–398.
18. Shulgin, A.G. (2014). Skol'ko pravil monetarnoi politiki neobkhodimo pri otsenke DSGE – modeli dlia Rossii? (How many monetary policy rules do we need to estimate DSGE model for Russia?). *Prikladnaia ekonometrika (Applied Econometrics)*, No. 36, 3–31.
19. Fedorova, E.A., Lysenkova, A.V. (2013). Modelirovanie pravila Teilora dlia denezhno-kreditnoi politiki Banka Rossii: empiricheskii (Modeling of Taylor rule for monetary policy in Russia: empirical analysis). *Finansy I Kredit (Finance and Credit)*, No. 37(565), 10–17.
20. Taylor, J.B. (1993). Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, Vol. 39, 195–214.
21. Fernandez-Villaverde, J., Rubio-Ramirez, J. (2004). Comparing dynamic equilibrium models to data: a bayesian approach. *Journal of Econometrics*, Vol. 123, 153–187.
22. Geweke, J. (1999). Using simulation methods for Bayesian econometric models: Inference. *Econometric Reviews*, Vol. 18, 1–126.
23. Brooks, S.P., Gelman, A. (1998). General methods for monitoring convergence of iterative simulations. *Journal of Computational and Graphical Statics*, Vol. 7, 434–455.
24. Semko, R. (2013). Optimal economic policy and oil price shocks in Rus-

sia. *Economics Education and Research Consortium. Working Paper*, No. 13/03E, 53 p.

25. Maksimov, M.I. (2009). Krizis i region: Sverdlovskaya oblast [The im-

pact of economic crisis on Sverdlovsk Region]. *Nauchno-obrazovatel'nyi portal IQ [Research and educational portal IQ]*. Available at: <https://iq.hse.ru/news/177674868.html>.

### Information about the author

**Serkov Leonid Aleksandrovich** – Candidate of Physic and Mathematic Sciences, Senior Researcher, Institute of Economics, The Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Ekaterinburg, Russia (620014, Ekaterinburg, Moskovskaya street, 29); e-mail: dsge2012@mail.ru.

**Для цитирования:** Серков Л.А. Мультисекторная субъектная динамическая модель как инструмент анализа региональной политики // Вестник УрФУ. Серия экономика и управление. 2019. Т. 18, № 5. С. 656–680. DOI: 10.15826/vestnik.2019.18.5.032.

**For Citation:** Serkov L.A. Multisector Subjective Dynamic Model as a Tool for Analysis of Regional Policy. *Bulletin of Ural Federal University. Series Economics and Management*, 2019, Vol. 18, No. 5, 656–680. DOI: 10.15826/vestnik.2019.18.5.032.

Информация о статье: дата поступления 28 августа 2019 г.; дата принятия к печати 15 сентября 2019 г.

**Article Info:** Received August 28, 2019; Accepted September 15, 2019.